

Un peu de calcul

Le but de ces séances de calcul est de s'entraîner à calculer bien et efficacement. Et ce, bien sûr, sans calculatrice !

Du calcul avec de vrais nombres

Exercice 1 — Simplification de racines

Écrire les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$, où a est rationnel et b est entier, b étant le plus petit possible.

1. $\sqrt{8}$

2. $\sqrt{12}$

3. $\sqrt{9+18}$

4. $\sqrt{1024}$

5. $2\sqrt{6}\sqrt{6}$

6. $\sqrt{\frac{15}{27}}$

Exercice 2 — Simplification de fractions

Simplifier les nombres suivants.

1. $\frac{10}{9} - 1$

2. $-\frac{13}{4} + \frac{17}{6}$

3. $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

4. $-\frac{2}{3} + \frac{3}{5} - \frac{3}{2}$

Exercice 3 — Décomposer pour mieux simplifier

Exprimer les nombres suivants sous la forme d'une fraction irréductible.

1. $\frac{2 \times 3}{5} \times \frac{5 \times 7}{3}$

2. $\frac{16}{3} \times \frac{21}{4}$

3. $\frac{1}{12} \times \frac{60}{23}$

Exercice 4 — Des puissances et du logarithme

1. Calculer les expressions suivantes.

(a) $\sqrt{3^2 \times 4^2}$

(b) $[2 \ln(e)]^5$

(c) $4 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^3$

2. Lesquels des trois nombres suivants sont égaux à $-3 \ln \left(\frac{1}{2} \right)$?

(a) $\ln \left(\frac{3}{2} \right)$

(b) $\ln(6)$

(c) $\ln(8)$

3. Exprimer les nombres suivants en fonction de $\ln(2)$, de $\ln(5)$ ou des deux.

(a) $\ln(25)$

(b) $\ln(\sqrt{2})$

(c) $\ln \left(\frac{1}{20} \right)$

4. Simplifier les expressions suivantes.

(a) $\log(100)$

(b) $-\log \left(\frac{1}{10^2} \right)$

(c) $\log(3 \times 10^{-3})$

Du calcul avec de vraies lettres

Exercice 5 — Des puissances de un

Soit n un entier naturel.

1. Simplifier les expressions suivantes.

(a) 1^{n+1}

(b) -1^{2n}

(c) $(-1)^{2n}$

(d) $(-1)^{4n+3}$

(e) 1^{-n}

(f) $\frac{1}{(-1)^n}$

(g) $2^n \times 1^n$

(h) $2 \times 1^{n+1}$

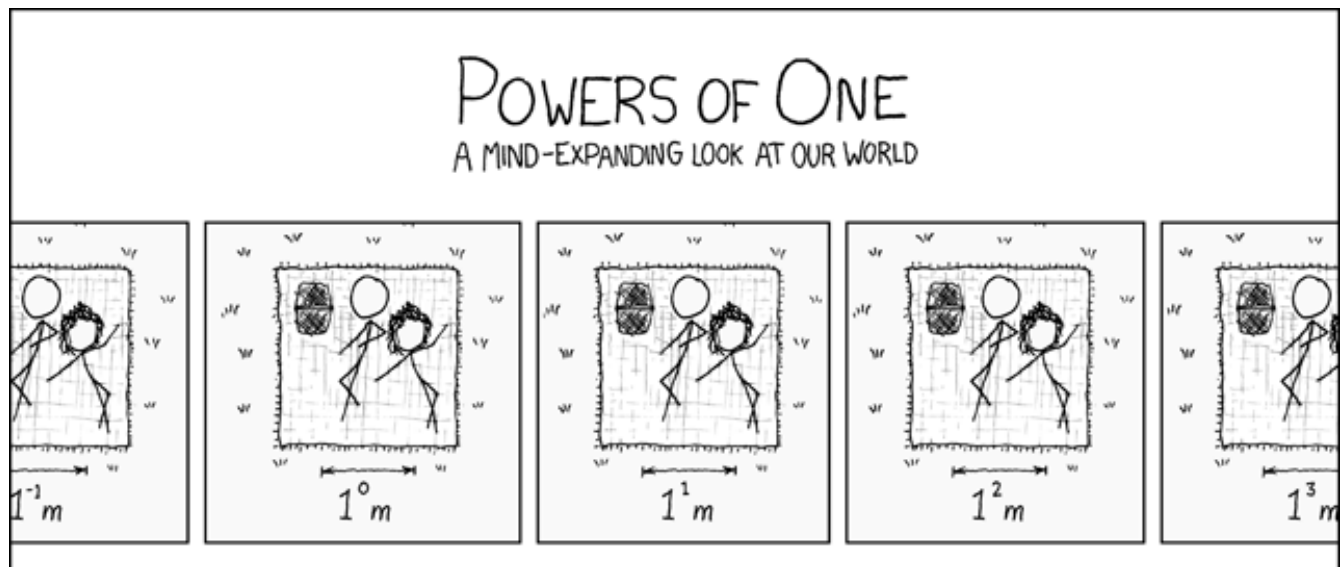
(i) $1^n + 1^{-n}$

2. Lesquels des trois nombres suivants sont égaux à $(-1)^{n+2}$?

(a) $(-1)^{n+1}$

(b) $-(-1)^n$

(c) $(-1)^n$



xkcd

Exercice 6 — Plus de puissance

Soient a un réel non nul, x un réel strictement positif et n un entier naturel.

Simplifier les expressions suivantes.

1. (a) 2×4^n

(b) $2^n + 2^n$

2. $e^{-\ln(x)}$

3. $\frac{x^2}{\sqrt{x}}$

4. (a) $\frac{a^{n^2}}{a^n}$

(b) $\frac{(a^n)^2}{a^n}$

(c) $(a^{n^2})^3$

Exercice 7 — Simplification de fractions

Soient a et b deux réels. Simplifier les expressions suivantes, quand elles sont définies.

1. $\frac{2a}{a}$

2. $\frac{1}{a+b} - \frac{1}{a}$

3. $\frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 - b^2}$

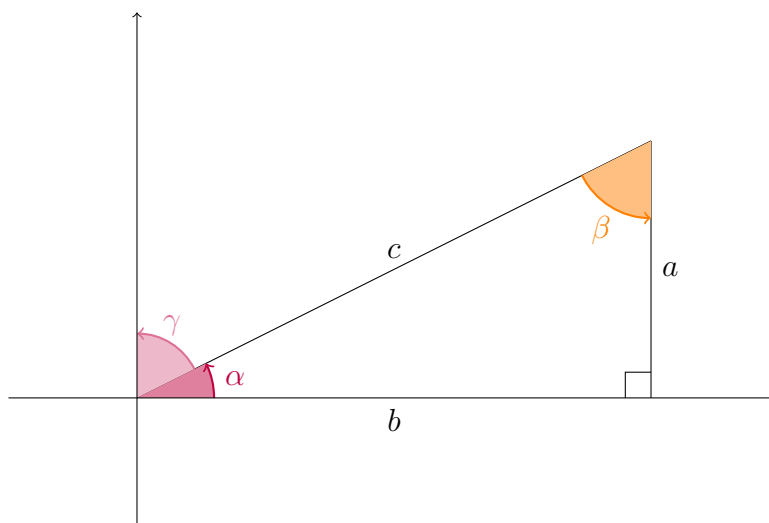
4. $\frac{a}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$

5. $\frac{(-a)^2 - 2ab + (-b)^2}{-a^2 - 2ab - b^2}$

6. $\frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{4}{a+b}}$

Exercice 8 — De la trigo dans une vraie figure

On considère le triangle rectangle suivant.



Exprimer les nombres suivants en fonction de a , b et c .

1. $\sin(\alpha)$

2. $\tan(\alpha)$

3. $\cos(\beta)$

4. $\sin(\gamma)$